Nafouz

التمرين الاول:

لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{(1+2e)x-e^2}{x+1}$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f.

2- ادرس حسب قيم x إشارة $f(x)-x$.

- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي: $u_0=e+1$ $u_{n+1}=f(u_n)$

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \succ e$

4- استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة

- احسب $\lim_{n\to\infty} u_n$.

5- لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=\frac{1}{u_n-e}$

أ- بيّن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعين أساسها r وحدها الاول v_0.

ب- اكتب v_n وu_n بدلالة n.

6- احسب S_n و S_n': $S_n=v_0u_0+v_1u_1+\ldots+v_nu_n$ $S'=e^{\frac{u_0}{u_0-e}}\times e^{\frac{u_1}{u_1-e}}\times\ldots\times e^{\frac{u_n}{u_n-e}}$

التمرين الثاني:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=e^{-\frac{x+1}{2}}-e^{-x-1}$، نسمي (C_f) المنحني البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و بيّن أن $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

2- عيّن اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عيّن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=-1$

4- أنشئ كلا من المماس (T) والمنحنى (C_f).

5- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx+m$

6- λ عدد حقيقي حيث $\lambda>0$. أحسب $S(\lambda)$ المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلتها $y=0$ و $x=-1$ و $x=\lambda$ ثم عيّن $\lim_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$

I. نعرّف الدالة g على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(x)+e^{-x-1}$

نسمي g' ، g'' ، ....، $g^{(n)}$ الدوال المشتقة النونية للدالة g حيث n عدد طبيعي غير معدوم

- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $g^{(n)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$

التمرين الثالث:

I) الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ ما يلي: $g(x)=2x-1+2x\ln(2x)$

1- ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2- احسب $g\left(\frac{1}{2}\right)$. استنتج إشارة $g(x)$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$

(C) تمثيلها البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ $\|\vec{i}\|=2cm$.

1- احسب النهايات الدالة f واستنتج المستقيمين المقاربين.

2- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(2x+1)^2}$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4- عيّن نقطة تقاطع (C) مع محور الفواصل.

5- ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C) والمستقيم $y=1$.

6- أنشئ المستقيم المقارب و المنحنى (C)

- الدالة العددية h المعرفة على R^* بحيث: $h(x)=f(|x|)$

ا- بيّن أن h دالة زوجية.

ب- أنشئ المنحنى (Γ) للدالة h انطلاقا من المنحنى (C).

- الدالة العددية k المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $k(x)=\dfrac{-\ln(2x)}{2x+1}$. (γ) تمثيلها البياني.

7- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (γ).

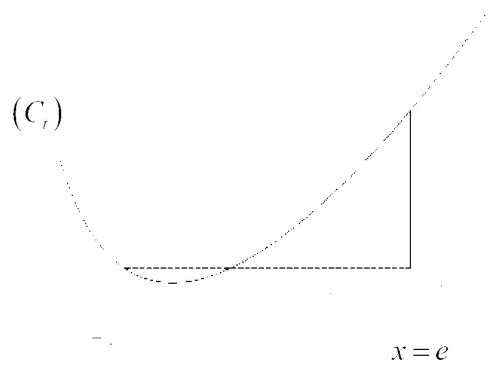
8- احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و (γ)

والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$، $x=\lambda$ (λ عدد حقيقي و $\lambda>1$).

ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$

سؤال إضافي:باستعمال التكامل بالتجزئة احسب $\int_0^e t(x)\,dx=\int_0^e (x-1)\ln(x+1)\,dx$

حيث (C_t) منحنى الدالة t أنظر الشكل



التمرين الأول:

f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{(1+2e)x-e^2}{x+1}$

1- دراسة اتجاه تغير الدالة f

حساب المشتقة:

$$f'(x)=\frac{(1+2e)(x+1)-(1+2e)x+e^2}{(x+1)^2}=\frac{1+2e+e^2}{(x+1)^2}$$

ومنه $f'(x)=\dfrac{(1+e)^2}{(x+1)^2}$

بما أن $f'(x)\succ 0$ فإن الدالة f متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$

- دراسة إشارة $f(x)-x$

$$f(x)-x=\frac{(1+2e)x-e^2}{x+1}-x=\frac{(1+2e)x-e^2-x^2-x}{x+1}$$

$$=\frac{-x^2-e^2+2ex}{x+1}=-\frac{(x-e)^2}{x+1}$$

ومنه $f(x)-x\prec 0$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي: $\begin{cases} u_0 - e+1 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

2- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\succ e$

الخاصية $P(n)$... $u_n\succ e$

التحقق من صحة $P(0)$ لدينا $u_0=e+1$ ومنه $u_0\succ e$

ومنه $P(0)$ محققة.

نفرض صحة $P(n)$ و نبرهن صحة $P(n+1)$

لدنيا من الفرضية $u_n\succ e$

ولدينا الدالة f المرفقة متزايدة تماما ومنه $f(u_n)\succ f(e)$

ومنه $u_{n+1}\succ e$ ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع

فإنه من اجل كل عدد طبيعي $u_n\succ e$

3- استنتاج اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتاج أنها متقاربة

لدينا $f(x)-x\prec 0$ يكافئ $u_{n+1}-u_n\prec 0$ من

المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

بما أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فإنها متقاربة

- حساب النهاية: لدينا $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}u_{n+1}=l$

ومنه $l=\dfrac{(1+2e)l-e^2}{l+1}$ ومنه $l^2+l=(1+2e)l-e^2$

ومنه $l^2-2el+e^2=0$ ومنه $(l-e)^2=0$ ومنه $l=e$

ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=e$

4- (v_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $v_n=\dfrac{1}{u_n-e}$

أ- تبيان أن المتتالية (v_n) متتالية حسابية مع تعين أساسها و v_0

$$v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}-e}=\frac{1}{\dfrac{(1+2e)u_n-e^2}{u_n+1}-e}$$

$$=\frac{1}{\dfrac{(1+2e)u_n-e^2-eu_n-e}{u_n+1}}=\frac{1}{\dfrac{(1+2e)u_n-e^2-eu_n-e}{u_n+1}}$$

$$=\frac{1}{\dfrac{(1+e)u_n-(1+e)e}{u_n+1}}=\frac{u_n+1}{(1+e)u_n-(1+e)e}.$$

$$v_{n+1}-v_n=\frac{u_n+1}{(1+e)u_n-(1+e)e}-\frac{1+e}{(1+e)(u_n-e)}$$

$$=\frac{u_n-e}{(1+e)(u_n-e)}=\frac{1}{1+e}$$

ومنه (v_n) متتالية حسابيةاساسها $r=\dfrac{1}{1+e}$ وحدها الاول $v_0=1$

ب- كتابة v_n و u_n ببدلالة n.

$$v_n=v_0+nr=1+\frac{n}{1+e}$$

لدينا $v_n=\dfrac{1}{u_n-e}$ ومنه $u_n-e=\dfrac{1}{v_n}$ ومنه

$$u_n=\frac{1}{v_n}+e$$

ومنه $u_n=\dfrac{1}{1+\dfrac{n}{1+e}}+e=\dfrac{1+e}{1+e+n}+e$

- حساب S_n و S_n': $S_n=v_0u_0+v_1u_1+\dots+v_nu_n$

- لدينا $v_n=\dfrac{1}{u_n-e}$ ومنه $v_n(u_n-e)=1$ ومنه $u_nv_n=ev_n$

- ومنه

$$S_n=ev_0+ev_1+\dots+ev_n=e(v_0+v_1+\dots+v_n)$$

- ومنه $S_n=e\left[\dfrac{n+1}{2}\left(2+\dfrac{n}{1+e}\right)\right]$

- حساب $S'=e^{\frac{u_0}{u_0-e}}\times e^{\frac{u_1}{u_1-e}}\times\dots\times e^{\frac{u_n}{u_n-e}}$

- لدينا $v_n=\dfrac{1}{u_n-e}$ ومنه $u_nv_n=\dfrac{u_n}{u_n-e}$ ومنه

ومنه $S'=e^{S_n}$ ومنه $S'_n=e^{e\left[\frac{n+1}{2}\left(2+\frac{n}{1+e}\right)\right]}$

التمرين الثاني:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=e^{-\frac{x+1}{2}}-e^{-x-1}$ ،

سمي (C_f) المنحني البياني الممثل للدالة f

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

-1 حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و تبيان أن $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} e^{-\frac{x+1}{2}}-e^{-x-1}=0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} e^{-\frac{x+1}{2}}-e^{-x-1}=\lim_{x\to-\infty} e^{-x-1}\left(\frac{e^{-\frac{x+1}{2}}}{e^{-x-1}}-1\right)$$

$$=\lim_{x\to-\infty} e^{-x-1}\left(e^{-\frac{x+1}{2}+x+1}-1\right)=\lim_{x\to-\infty} e^{-x-1}\left(\underbrace{e^{\frac{x+1}{2}}}_{0}-1\right)=-\infty$$

-2 تعين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها:

-حساب المشتقة:

$$f'(x)=-\frac{1}{2}e^{-\frac{x+1}{2}}+e^{-x-1}=\frac{1}{2}e^{-x-1}\left(-e^{\frac{x+1}{2}}+2\right)$$

لدينا $\frac{1}{2}e^{-x-1}\succ 0$ ومنه $-e^{\frac{x+1}{2}}+2=0$ ومنه $\ln 2=\frac{x+1}{2}$

ومنه $\ln 4-1=x$

x	$-\infty$	$\ln(4)-1$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;\ln 4-1]$ ومتناقصة تماما على $[\ln 4-1;-\infty[$

جدول التغيرات:

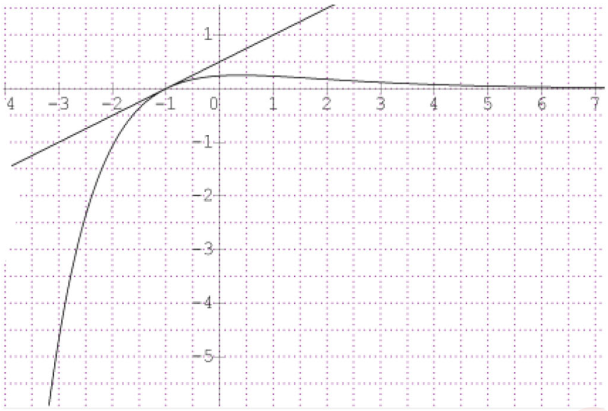
x	$-\infty$	$\ln(4)-1$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$1/4$	↘ 0

-3 تعيين معادلة (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=-1$

$$y=f'(-1)(x+1)+f(-1)=\frac{1}{2}(x+1)+0$$

ومنه معادلة المماس (T) هي $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

-4 إنشاء (T) و (C_f)



-5 المناقشة بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx+m$

المستقيم $y=mx+m$ يشمل نقطة ثابتة هي

$0=mx+m-y$ ومنه $0=m(x+1)-y$

ومنه $y=0$ و $x=-1$

ومنه المستقيمات $y=mx+m$ تشمل $(-1;0)$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات $y=mx+m$

$m\in]-\infty;0]$ للمعادلة حل وحيد.

$m\in\left]0;\frac{1}{2}\right[$ للمعادلة حلين متمايزين.

من أجل $m=\frac{1}{2}$ للمعادلة حل مضاعف.

من أجل $m\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ للمعادلة حلين متمايزين.

-6 λ عدد حقيقي حيث $\lambda>0$.

حساب $S(\lambda)$ المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلتها $y=0$ و $x=-1$ و $x=\lambda$ ثم تعيين $\lim_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$

$$S(\lambda)=\int_{-1}^{\lambda} f(x)\,dx=\left[F(x)\right]_{-1}^{\lambda}$$

$$=\left[-2e^{-\frac{x+1}{2}}+e^{-x-1}\right]_{-1}^{\lambda}=-2e^{-\frac{\lambda+1}{2}}+e^{-\lambda-1}+1\ ua$$

ومنه $\lim_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)=1$

I. نعرّف الدالة g على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(x)+e^{-x-1}$

نسمي g' ، g'' ، .... ، $g^{(n)}$ الدوال المشتقة النونية للدالة g حيث n عدد طبيعي غير معدوم

- البرهان بالتراجع أنه من آجل كل عدد طبيعي n غير معدوم :

$$g^{(n)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$$

الخاصية $g^{(n)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}\ldots P(n)$

التحقق من أجل $P(1)$ أي

$$g^{(1)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)e^{-\frac{x+1}{2}}\ldots P(1)$$

لدينا $f'(x)=-\frac{1}{2}e^{-\frac{x+1}{2}}+e^{-x-1}$

$$g'(x)=f'(x)-e^{-x-1}=f'(x)$$

$$=-\frac{1}{2}e^{-\frac{x+1}{2}}+e^{-x-1}-e^{-x-1}=-\frac{1}{2}e^{-\frac{x+1}{2}}$$

ومنه $P(1)$ محققة

نفرض صحة $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي

$$g^{(n+1)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}e^{-\frac{x+1}{2}}$$

$$\left(g^{(n)}(x)\right)'=\left(-\frac{1}{2}\right)^n\times\left(-\frac{1}{2}\right)e^{-\frac{x+1}{2}}=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}e^{-\frac{x+1}{2}}$$

ومنه حسب مبدأ البرهان بالتراجع فإنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$g^{(n)}(x)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$$

تمرين الثالث:

I) الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=2x-1+2x\ln(2x)$$

1- دراسة تغيرات الدالة g:

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} 2x-1+2x\ln(2x)=+\infty$$

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} g(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0} 2x-1+\underbrace{2x\ln(2x)}_{0}=-1$$

حساب المشتقة: $g'(x)=2+2\ln(2x)+2=4+2\ln(2x)$

$4+2\ln(2x)=0$ ومنه $\ln(2x)=-2$ ومنه $x=\frac{e^{-2}}{2}$

x	0		$\frac{1}{2e^2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{2e^2};+\infty\right[$

متناقصة تماما على $\left]-\infty;\frac{1}{2e^2}\right]$

جدول التغيرات:

x	0		$\frac{1}{2e^2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	↘	$-1-e^{-2}$	↗	$+\infty$

2- حساب $g\left(\frac{1}{2}\right)$. استنتج إشارة $g(x)$

$g\left(\frac{1}{2}\right)=0$ ومنه

استنتاج إشارة الدالة g

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II) الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$$

(C) تمثيلها البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ $\|\vec{i}\|=2cm$.

1- حساب النهايات الدالة f وستنتاج المستقيمين المقاربين.

$$\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=\lim_{x\xrightarrow{>}0}\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{2x}\left(1-\frac{1}{2x}-\frac{\ln(2x)}{2x}\right)}{\cancel{2x}\left(1+\frac{1}{2x}\right)}=1$$

للمنحنى مستقيمين مقاربين $x=0$ و $y=1$

2- بيّن أنه: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$

$$f'(x)=\frac{\left(2-\frac{1}{x}\right)(2x+1)-2\left(2x-1-\ln(2x)\right)}{(2x+1)^2}$$

$$=\frac{-\frac{1}{x}+2+2\ln(2x)}{(2x+1)^2}=\frac{-1+2x+2x\ln(2x)}{x(2x+1)^2}$$

$$=\frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$$

3- استنتاج اتجاه تغير الدالة f

لدينا $x(2x+1)^2\succ0$ ومنه إشارة الدالة f من اشارة $g(x)$

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

نه الدالة f متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ ومتناقصة تماما على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$

تشكل جدول تغيرات الدالة f

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1

4- تعيين نقطة تقاطع (C)مع محور الفواصل:

نحل المعادلة $f(x)=0$ ومنه $2x-1-\ln(2x)=0$

ومنه $2x-1=0$ و $\ln(2x)=0$

ومنه $s=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

5- دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C)والمستقيم $y=1$

$$f(x)-1=\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}-1$$

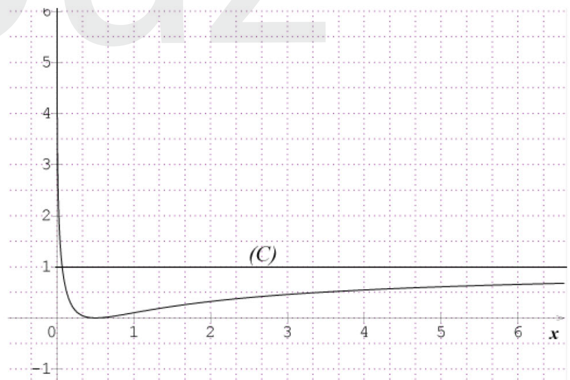
$$=\frac{-2+\ln(2x)}{2x+1}$$

منه $-2-\ln(2x)=0$ ومنه $\ln(2x)=-2$ ومنه $2x=e^{-2}$

نه $x=\frac{e^{-2}}{2}$

x	0		$\frac{e^{-2}}{2}$		$+\infty$
$2x+1$		$+$		$+$	
$-2+\ln(2x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)-1$		$-$	0	$+$	

6- انشاء المستقيم المقارب و المنحنى (C):



- الدالة العددية h بحيث: $h(x)=f(|x|)$

ا- تبيان أن h دالة زوجية:

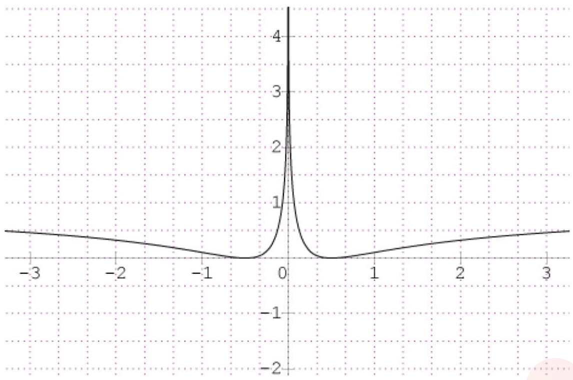
لدينا $D_h=R^*$ ومنه متناظرة بالنسبة للمبدأ.

$$h(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=h(x)$$

ت- انشاء المنحنى (Γ) للدالة h انطلاقا من المنحنى (C)

من أجل $x\succ 0$ المنحنى (Γ) و (C) متطابقان.

وبما أن الدالة h زوجية فإن المنحنى (Γ) متناظر بالنسبة لمحور التراتيب



الدالة العددية k المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $k(x)=\frac{-\ln(2x)}{2x+1}$

(γ) تمثيلها البياني.

7- دراسة الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (γ)

$$f(x)-k(x)=\frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}-\frac{-\ln(2x)}{2x+1}$$

$$f(x)-k(x)=\frac{2x-1}{2x+1}$$

ومن أجل $x\in\left]0;\frac{1}{2}\right[$ المنحنى (C) تحت المنحنى (γ).

من أجل $x=\frac{1}{2}$ المنحنى (C) يقطع المنحنى (γ) عند $\left(\frac{1}{2};0\right)$.

ومن أجل $x\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ المنحنى (C) فوق المنحنى (γ).

8- حساب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و (γ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ ، $x=\lambda$

$$S(\lambda)=\int_1^\lambda f(x)-k(x)dx=\int_1^\lambda\frac{2x-1}{2x+1}dx$$

$$=\int_1^\lambda\frac{2x+1-2}{2x+1}dx=\int_1^\lambda 1-\frac{2}{2x+1}dx$$

$$=\left[x-\ln(2x+1)\right]_1^\lambda=\lambda-\ln(2\lambda+1)-1+\ln(3)$$

$$S(\lambda)=\left[\lambda-\ln(2\lambda+1)-1+\ln(3)\right]\times 4cm^2$$

حساب

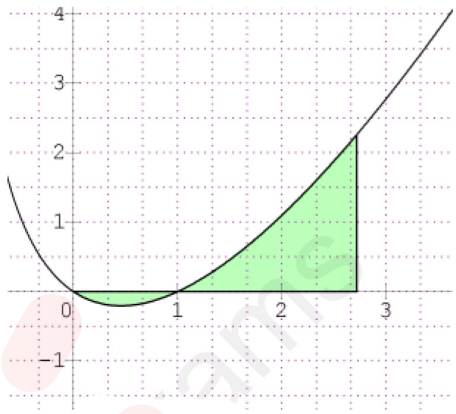
$$\lim_{\lambda\to+\infty}S(\lambda)=\lim_{\lambda\to+\infty}4\left[\lambda-\ln(2\lambda+1)-1+\ln(3)\right]$$

$$=\lim_{\lambda\to+\infty}4(2\lambda+1)\left[\underbrace{\frac{\lambda}{2\lambda+1}}_{\frac{1}{2}}-\underbrace{\frac{\ln(2\lambda+1)}{2\lambda+1}}_{0}+\underbrace{\frac{\ln(3)}{2\lambda+1}}_{0}\right]$$

$$\lim_{\lambda\to+\infty}S(\lambda)=+\infty$$

<u>سؤال إضافي</u>:باستعمال التكامل بالتجزئة حساب

$$\int_0^e t(x)\,dx=\int_0^e (x-1)\ln(x+1)\,dx$$



$$\begin{cases} u(x)=\ln(x+1) \\ v(x)=x-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} u'(x)=\dfrac{1}{x+1} \\ v(x)=\dfrac{1}{2}x^2-x \end{cases}$$

$$\int_0^e t(x)\,dx=-\underbrace{\int_0^1 t(x)\,dx}_{s_1}+\underbrace{\int_1^e t(x)\,dx}_{s_2}$$

ومنه

$$s_1=-\int_0^1 t(x)\,dx=-\left[\ln(x+1)\left(\frac{1}{2}x^2-x\right)\right]_0^1+\int_0^1 \frac{1}{x+1}\left(\frac{1}{2}x^2-x\right)dx$$

$$=-\left[\ln(x+1)\left(\frac{1}{2}x^2-x\right)\right]_0^1+\frac{1}{2}\int_0^1 \frac{x^2-2x}{x+1}dx$$

$$=-\left[\ln(x+1)\left(\frac{1}{2}x^2-x\right)\right]_0^1+\frac{1}{2}\int_0^1 x-3+\frac{3}{x+1}dx$$

$$=-\left[\ln(x+1)\left(\frac{1}{2}x^2-x\right)\right]_0^1+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2-3x+3\ln(x+1)\right]_0^1$$

$$=\frac{\ln 2}{2}-\frac{5}{4}+\frac{3\ln 2}{2}$$

$$s_1=\frac{8\ln(2)-5}{4}$$

$$s_2=\left[\ln(x+1)\left(\frac{1}{2}x^2-x\right)\right]_1^e-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2-3x+3\ln(x+1)\right]_1^e$$

$$=\ln(e+1)\left(\frac{1}{2}e^2-e\right)+\frac{\ln 2}{2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}e^2-3e+3\ln(e+1)\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{-5}{2}+3\ln 2\right)$$

$$s_2=\ln(e+1)\left(\frac{1}{2}e^2-e\right)+\frac{8\ln 2-e^2+6e-6\ln(e+1)-5}{4}$$

ومنه

$$\int_0^e t(x)\,dx=s_1+s_2=0{,}136+1{,}679=1{,}815\ ua$$

انتهى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صالح

نتوقف عن المحاولة نتوقف عن الابداع